PART3　確率の基本性質

例題

[1]のカードが 5 枚，[2]のカードが 4 枚，[3]のカードが 3 枚，合計 12 枚のカードがある。この中から同時に 3 枚のカードを取り出すとき，次の確率を求めよ。

(1)　[1]のカードが 2 枚以上出る確率

(2)　3 枚のカードの数がすべて同じである確率

Point Pickup

練習

白玉 5 個，黒玉 3 個，赤玉 2 個が 1 つの袋の中に入っている。この袋の中から同時に玉を取り出すとき，次の確率を求めよ。

(1)　同時に 3 個取り出すとき，3 個の玉の色がすべて同じ確率

(2)　同時に 4 個取り出すとき，どの色の玉も含む確率

第 4 講　PART3　確認問題

1　白玉 5 個，黒玉 4 個，赤玉 3 個，青玉 2 個が 1 つの袋の中に入っている。この袋の中から同時に 3 個の玉を取り出すとき，白玉が 2 個以上出る確率は $\dfrac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウエ}}}$ である。

2　白玉 5 個，黒玉 4 個，赤玉 3 個，青玉 2 個が 1 つの袋の中に入っている。この袋の中から同時に 3 個の玉を取り出すとき，3 個の玉の色がすべて同じである確率は $\dfrac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キクケ}}}$ である。

PART3　確率の基本性質

例題

1のカードが５枚，2のカードが４枚，3のカードが３枚，合計 12 枚のカードがある。この中から同時に３枚のカードを取り出すとき，次の確率を求めよ。

(1)　1のカードが２枚以上出る確率

(2)　３枚のカードの数がすべて同じである確率

(1)　1のカードが２枚以上出るという事象は

事象 A：３枚とも1　　　事象 B：２枚が1，１枚が2か3

の和事象 $A\cup B$ で，これらは互いに排反である。

$$P(A)=\frac{{}_5\mathrm{C}_3}{{}_{12}\mathrm{C}_3}=\frac{10}{220}=\frac{1}{22},\quad P(B)=\frac{{}_5\mathrm{C}_2\times{}_7\mathrm{C}_1}{{}_{12}\mathrm{C}_3}=\frac{70}{220}=\frac{7}{22}$$

確率の加法定理により，求める確率は

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\frac{1}{22}+\frac{7}{22}=\frac{4}{11}$$

(2)　３枚のカードの数がすべて同じであるという事象は

事象 A：３枚とも1　事象 C：３枚とも2　事象 D：３枚とも3

の和事象 $A\cup C\cup D$ で，これらは互いに排反である。

$$P(C)=\frac{{}_4\mathrm{C}_3}{{}_{12}\mathrm{C}_3}=\frac{4}{220},\quad P(D)=\frac{{}_3\mathrm{C}_3}{{}_{12}\mathrm{C}_3}=\frac{1}{220}$$

確率の加法定理により，求める確率は

$$P(A\cup C\cup D)=P(A)+P(C)+P(D)=\frac{10}{220}+\frac{4}{220}+\frac{1}{220}=\frac{15}{220}=\frac{3}{44}$$

練習

白玉５個，黒玉３個，赤玉２個が１つの袋の中に入っている。この袋の中から同時に玉を取り出すとき，次の確率を求めよ。

(1)　同時に３個取り出すとき，３個の玉の色がすべて同じ確率

(2)　同時に４個取り出すとき，どの色の玉も含む確率

(1)　3 個の玉の色がすべて同じという事象は

事象 A：3 個とも白玉　　　事象 B：3 個とも黒玉

の和事象 $A\cup B$ で，これらは互いに排反である。

$$P(A)=\frac{{}_5\mathrm{C}_3}{{}_{10}\mathrm{C}_3}=\frac{10}{120},\ P(B)=\frac{{}_3\mathrm{C}_3}{{}_{10}\mathrm{C}_3}=\frac{1}{120}$$

確率の加法定理により，求める確率は

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\frac{10}{120}+\frac{1}{120}=\frac{11}{120}$$

(2)　どの色の玉も含むという事象は

事象 C：白玉 2 個，黒玉 1 個，赤玉 1 個

事象 D：白玉 1 個，黒玉 2 個，赤玉 1 個

事象 E：白玉 1 個，黒玉 1 個，赤玉 2 個

の和事象 $C\cup D\cup E$ で，これらは互いに排反である。

$$P(C)=\frac{{}_5\mathrm{C}_2\times{}_3\mathrm{C}_1\times{}_2\mathrm{C}_1}{{}_{10}\mathrm{C}_4}=\frac{60}{210}$$

$$P(D)=\frac{{}_5\mathrm{C}_1\times{}_3\mathrm{C}_2\times{}_2\mathrm{C}_1}{{}_{10}\mathrm{C}_4}=\frac{30}{210}$$

$$P(E)=\frac{{}_5\mathrm{C}_1\times{}_3\mathrm{C}_1\times{}_2\mathrm{C}_2}{{}_{10}\mathrm{C}_4}=\frac{15}{210}$$

確率の加法定理により，求める確率は

$$P(C\cup D\cup E)=P(C)+P(D)+P(E)=\frac{60}{210}+\frac{30}{210}+\frac{15}{210}=\frac{105}{210}=\frac{1}{2}$$

第 4 講　PART3　確認問題 解答

1 **[正解]** アイ：25，ウエ：91

[解説]

14 個の玉から 3 個の玉の取り出し方は

$_{14}C_3$ 通り

白玉が 2 個以上出るという事象は

事象 A：3 個とも白玉

事象 B：2 個が白玉，1 個が黒玉か赤玉か青玉

の和事象 $A \cup B$ で，これらは互いに排反である。

$$P(A) = \frac{_5C_3}{_{14}C_3} = \frac{10}{364}$$

$$P(B) = \frac{_5C_2 \times {_9C_1}}{_{14}C_3} = \frac{10 \times 9}{364} = \frac{90}{364}$$

確率の加法定理により，求める確率は

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \quad \text{[A]}$$

$$= \frac{10}{364} + \frac{90}{364}$$

$$= \frac{100}{364}$$

$$= \boldsymbol{\frac{25}{91}}$$

[A]　確率の加法定理
事象 A，B が互いに排反のとき
$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
2 つの事象 A，B の確率を求め，その和を求めればよい。

2 [正解] オカ：15，キクケ：364

[解説]

14個の玉から3個の玉の取り出し方は

$_{14}C_3$ 通り

3個の玉の色がすべて同じであるという事象は

事象 A：3個とも白玉

事象 B：3個とも黒玉

事象 C：3個とも赤玉

の和事象 $A\cup B\cup C$ で，これらは互いに排反である。

$$P(A)=\frac{_5C_3}{_{14}C_3}=\frac{10}{364}$$

$$P(B)=\frac{_4C_3}{_{14}C_3}=\frac{4}{364}$$

$$P(C)=\frac{_3C_3}{_{14}C_3}=\frac{1}{364}$$

確率の加法定理により，求める確率は

$$P(A\cup B\cup C)=P(A)+P(B)+P(C)=\mathbf{\frac{15}{364}}$$

[B]

[B]　確率の加法定理
事象 A，B が互いに排反のとき
$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$
3つ以上の互いに排反な事象についても同様の式が成り立つ。